

プリントは <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/takimoto/R8Kai1.html> にも置いてあります。

以下の指示に従って、レポートを提出してください。

- 裏面にある問題のうち、解けたものについてレポートにして提出してください。
- 期限・提出場所は以下の通りとします。

期限：6月15日(月) 13時00分(×切厳守)

提出場所：数学図書室(A209) レポート提出ボックス、
または Moodle 上で PDF ファイルを提出

- 紙媒体で提出する場合は、必ず A4 の用紙を使用し、2 枚以上になる場合は左上をホッチキス等でしっかり綴じてください。
- Moodle で提出する場合は、必ず PDF ファイルで提出してください。また、ファイル名を Kai1report1_B*****.pdf (B***** は学生番号) としてください。提出場所は Moodle の「講義」セクションの「第 1 回 (6/9)」にあります。
- 表紙は付けなくて結構です。学生番号・氏名をお忘れなく。
- 解けなかった問題についても、「このように考えてここまでわかったがその先がわからない」といったことや、「このように考えたが解くことができなかった」といったことを書いてくれれば、内容に応じて評価します。
- ただし、レポートの体をなさないものは不提出扱いとします。また、他人のレポートをほぼ丸写ししたと思われるものは(写したレポート、写されたレポート双方を)不提出扱いとし、さらに大幅な減点とします。
- レポートは添削した後返却します。

問1 (1) 実数の部分集合 A が「上に有界であること」「下に有界である」ことの定義を6/9の講義で学んだ。

では、実数の部分集合 A が「上に有界でない」こと、および「下に有界でない」ことの定義を論理記号を用いて述べよ。(答えだけでよい)

$$(2) A = \left\{ \frac{1}{t^2 - 4} \mid t \in (-2, 2) \right\} \text{ とおく.}$$

(i) $-\frac{1}{6}$ が A の上界であることを、定義に従って証明せよ。

ヒント：答案の書き出しは次のようになります。

任意に $x \in A$ を取る. すると, A の定義により

$$\exists t \in (-2, 2) \text{ s.t. } x = \frac{1}{t^2 - 4}$$

が成り立つ.

.....

(ii) A が下に有界でないことを、(1) で述べた定義に従って証明せよ¹.

問2 次の集合が

- (i) 有界である
- (ii) 上に有界であるが、下に有界でない
- (iii) 下に有界であるが、上に有界でない
- (iv) 上に有界でなく、かつ下に有界でない

のいずれであるかを、理由を付けて答えよ².

$$(1) A = (2026, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2026\}.$$

$$(2) B = \left\{ \frac{n}{2} - (-1)^n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$(3) C = \{4 - b^2 \mid b \in \mathbb{Q}\}.$$

問3 A を空でない \mathbb{R} の部分集合とする. このとき, もし A の最大値が存在するならば, $\sup A = \max A$ であることを示せ.

問4 $A = \left\{ \frac{1}{3n+2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ の最大値・最小値・上限・下限を(存在するならば)求めよ.

(まずは, A の最大値・最小値・上限・下限を予想せよ.

そしてそのことを定義に従って, または講義で学んだ定理・命題を用いて示せ.)

¹イメージや関数のグラフを書くだけでは証明したことになりません. 論理の世界に身を委ねて証明を書く練習です.

²「理由を付けて」というのは「証明せよ」という意味です. こちらも, イメージや関数のグラフを書くだけでは不十分です. 証明の方針は一通りではないですが, (2), (3) では**ガウス記号**を用いると証明が書きやすいでしょう.