

プリントは <https://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~takimoto/R7Kai3.html> にも置いてあります。

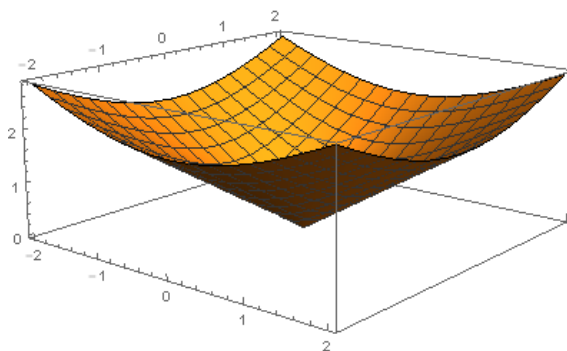
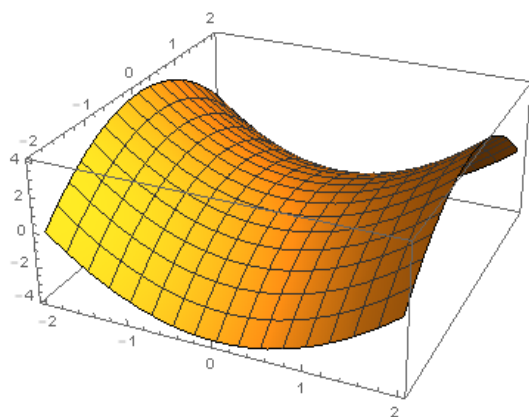
● 講義で挙げたもの以外の代表的な 2 変数関数のグラフ

(1) $z = x^2 - y^2$ **双曲放物面**, 別名「馬の鞍形」と呼ばれる曲面です。

- $x = a$ で (yz 平面に平行に) 切ると, 切り口は $z = x^2 - a^2$ より下に凸な放物線です.
- $y = b$ で (xz 平面に平行に) 切ると, 切り口は上に凸な放物線です.
- $z = k$ で (xy 平面に平行に) 切ると, 切り口は
 - (i) $k \neq 0$ の場合は $x^2 - y^2 = k$ より双曲線,
 - (ii) $k = 0$ の場合は $x^2 - y^2 = 0$ より 2 直線 $y = x, y = -x$ となります.

(2) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ **錐面** と呼ばれる逆円錐の形をした曲面です.

- $x = a$ で切ると, 切り口は $z^2 - y^2 = a^2$ より双曲線.
ただし, $x = 0$ の場合は $z = |y|$ となり 2 本の半直線 になります.
- $y = b$ も同様.
- $z = k$ で切ると, 切り口は $x^2 + y^2 = k^2$ より, 原点を中心とする半径 k の円です.



コメント. 上の二つのグラフを Mathematica で描画させたコマンドを書いておりますが, 皆さんも自らの手で答えを確認してください.

(1) `Plot3D[x^2-y^2,{x,-2,2},{y,-2,2}]`

(2) `Plot3D[Sqrt[x^2+y^2],{x,-2,2},{y,-2,2}]`

(注意: ここでは, x および y の範囲を -2 から 2 に指定しています. この範囲は皆さんで別の数字に変えてもらって結構です)

コメント. 重要な関数については, グラフがどのような形をしているかを知っておく必要があります. 例えば, 講義で扱った $z = x^2 + y^2$ (回転放物面) や (2) の $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ (錐面) のように, $\sqrt{x^2 + y^2}$ の関数 $z = f(\sqrt{x^2 + y^2})$ のグラフは, xz 平面内の曲線 $z = f(x)$ ($x \geq 0$) を z 軸に関し 1 回転したものになります.