2025 年 6 月 26 日

解析学 III 演習　確認テスト 第 5 回

学生番号：____________________　氏名：____________________

問 1. $\{a_n\}$ を上に有界な数列であるとする．$\{a_n\}$ の**上極限** $\limsup_{n\to\infty} a_n$ の定義を書け．

問 2. 次の空欄に当てはまる語句を 10 字程度で答えよ．

数列 $\{a_n\}$ が $\boxed{}$ ときは，$\limsup_{n\to\infty} a_n = \infty$ と定める．

問 3. 次の命題の真偽を判定し，真であれば ○ を，偽であれば × を書け．答えだけで良い．

(1) $x_0 > 0$ とする．もしべき級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ が $x = x_0$ で収束するならば，$\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ は $x = -x_0$ でも収束する．

(2) べき級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ の収束半径 R が 0 でないと仮定する．このとき，$\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ は $(-R, R)$ 上で一様収束する．

(3) $f \in C^{\infty}(\mathbb{R})$ に対し，べき級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$ の収束半径 R が 0 でないと仮定する．このとき，$(-R, R)$ 上で $f(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$ が成立する．

(解答欄)

問 1.

$$\limsup_{n\to\infty} a_n =$$

問 2.

問 3.　(1) $\boxed{}$　(2) $\boxed{}$　(3) $\boxed{}$