

解析学 III 演習 確認テスト 第 4 回

学生番号：_____ 氏名：_____

問 1. 以下は、講義で学習したワイエルシュトラスの M-test (優級数定理) である. (A1), (A2), (A3), (B) に適切な数式・語句を当てはめよ.

定理 (ワイエルシュトラスの M-test). $A \subset \mathbb{R}$ を空でない集合, $\{f_n(x)\}$ を A 上の関数列とする. 数列 $\{M_n\}$ が存在し, 次の 2 条件

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} M_n$ は収束する.

(ii) 任意の (A1) と任意の (A2) に対して, (A3) が成立する.

を満たすとき, 関数項級数 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ は (B) する.

問 2. 次の文章は講義におけるべき級数の収束半径の定義である. 空欄に適切な数式・語句を当てはめよ.

べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ に対し, $R = \sup$ を $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ の収束半径と呼ぶ. ただし, 右辺の $\sup$ が存在しない場合は $R = \infty$ と定める.

問 3. 次の命題の真偽を判定し, 真であれば ○ を, 偽であれば × を書け. 答えだけで良い.

べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ が $x=3$ で収束するならば, $x=-1$ でも収束する.

(解答欄)

問 1. (A1)

(A2)

(A3)

(B)

問 2.

問 3.