

解析学 III 演習 確認テスト 第 3 回

学生番号：_____ 氏名：_____

 $\{f_n(x)\}$ を $[a, b]$ 上の関数列, $f(x)$ を $[a, b]$ 上の関数, $c \in (a, b)$ とする.問. 次の命題の真偽を判定し, 真であれば $\bigcirc$ を, 偽であれば $\times$ を書け. 答えだけで良い.

- (1) もし $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[a, b]$ ($n \rightarrow \infty$) ならば, $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[a, c]$ ($n \rightarrow \infty$) かつ $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[c, b]$ ($n \rightarrow \infty$) が成り立つ.
- (2) もし $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[a, c]$ ($n \rightarrow \infty$) かつ $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[c, b]$ ($n \rightarrow \infty$) ならば, $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[a, b]$ ($n \rightarrow \infty$) が成り立つ.
- (3) 各 $n \in \mathbb{N}$ に対して $f_n \in C([a, b])$ であり, かつ $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[a, b]$ ($n \rightarrow \infty$) ならば,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f_n(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

が成り立つ.

- (4) 各 $n \in \mathbb{N}$ に対して $f_n \in C^1([a, b])$ であり, $f \in C^1([a, b])$ であり, さらに $f_n(x) \Rightarrow f(x)$ on $[a, b]$ ($n \rightarrow \infty$) ならば,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n'(x) = f'(x) \quad (\forall x \in [a, b])$$

が成り立つ.

(解答欄)

- (1) (2) (3) (4)