

解析学 III 演習 確認テスト 第 2 回

学生番号：_____ 氏名：_____

$I \subset \mathbb{R}$ を区間とし, $\{f_n(x)\}$ を I 上の関数列, $f(x)$ を I 上の関数とする.

問 1. $\{f_n(x)\}$ が $f(x)$ に I 上で広義一様収束 (コンパクト一様収束) するとは, どういうことであるか説明せよ.

問 2. 次の命題の真偽を判定し, 真であれば $\bigcirc$ を, 偽であれば $\times$ を書け. 答えだけで良い.

- (1) もし「 $\forall \varepsilon > 0, \forall x \in I, \exists N \in \mathbb{N}$ s.t. $m, n \geq N \implies |f_m(x) - f_n(x)| < \varepsilon$ 」が成り立つならば, $\{f_n(x)\}$ はある関数に I 上で一様収束する.
- (2) $\{f_n(x)\}$ を I 上の連続関数列とする. $\{f_n(x)\}$ が $f(x)$ に I 上で一様収束するならば, $f(x)$ は I 上で連続である.
- (3) $\{f_n(x)\}$ が $f(x)$ に I 上で一様収束するならば, $\{f_n(x)\}$ は $f(x)$ に I 上で広義一様収束する.

(解答欄)

問 1.

問 2.

(1)

(2)

(3)