

令和8年度広島大学理学部

数学科

第3年次編入学試験学力検査問題

筆記試験（微積分，線形代数）（5問）

令和7年9月2日

自 9時00分

至 12時00分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には，微積分と線形代数の問題が計**5問**ある。総ページは，表紙を入れて**6ページ**である。
- 2 解答用紙は，**5枚**ある。**解答**はすべて問題番号と同じ番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入すること。
- 3 下書き用紙は，各受験者に**2枚**ある。
- 4 **受験番号**は，すべての解答用紙と下書き用紙の所定の欄に必ず記入すること。
- 5 配付した解答用紙，下書き用紙は，持ち出さないこと。

[1] 行列 A を $A = \begin{pmatrix} -6 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) A の逆行列 A^{-1} を求めよ.
- (2) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (3) A^{-1} の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(4) 実ベクトル $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ が等式

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (A^{-1})^n \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

を満たすための実数 a, b, c が満たすべき必要十分条件を求めよ.

[2] $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ を

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} & ((x, y) \neq (0, 0)) \\ 1 & ((x, y) = (0, 0)) \end{cases}$$

で定める。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x, y)$ が点 $(0, 0)$ で連続であるか否かを答え、それを証明せよ。
- (2) $f(x, y)$ が点 $(0, 0)$ で全微分可能であるか否かを答え、それを証明せよ。
- (3) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ とする。このとき、 $\iint_B f(x, y) \, dx dy$ と π の大小関係を答え、それを証明せよ。
- (4) 広義二重積分 $\iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, dx dy$ が収束するか否かを答え、それを証明せよ。

[3] \mathbb{R} 上の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} x^6 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

と定める。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が $x = 0$ で微分可能であることを示せ。
- (2) $f(x)$ が \mathbb{R} 上で C^2 級であることを示せ。
- (3) $f(x)$ が \mathbb{R} 上で C^3 級ではないことを示せ。

- [4] t を変数とする 2 次以下の実数係数の多項式全体がなす集合を V とおく. すなわち

$$V = \{at^2 + bt + c \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

とする. V に自然に足し算と, 実数によるスカラー倍とを定義する. すなわち

$$(at^2 + bt + c) + (dt^2 + et + f) = (a + d)t^2 + (b + e)t + (c + f)$$

によって V の足し算を定義し, また実数 λ に対し,

$$\lambda(at^2 + bt + c) = (\lambda a)t^2 + (\lambda b)t + (\lambda c)$$

とすることで V のスカラー倍を定義する. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, V がこの足し算とスカラー倍によって実線形空間 (つまり実ベクトル空間) をなすことは, 自由に用いて構わない.

- (1) 実線形空間 X において, X の元の集合 $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ が X の基底であることの定義を述べよ.

以下の問題において, $1, t, t^2$ が V の基底になる, という事実は自由に用いて構わない.

- (2) 2 次以下の多項式 $h = h(t) \in V$ に対し, 写像 $\Phi: V \rightarrow V$ を

$$\Phi(h) = h + \frac{dh}{dt}$$

により定義する. Φ が線形変換であることを示せ.

- (3) 小問 (2) で定めた線形変換 Φ を基底 $1, t, t^2$ に関して行列表示したものを A とする. 行列 A を求めよ.
- (4) 小問 (3) で定めた A の固有値と固有ベクトルを求めよ. また, 行列 $J = P^{-1}AP$ がジョルダン標準形となるように行列 P を定め, ジョルダン標準形 J を求めよ.
- (5) 小問 (2) で定めた線形変換 Φ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

[5] a を実数, n を正整数とし, \mathbb{R} 上の関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = n^a x e^{-nx^2}$$

と定義する. 以下の問いに答えよ.

- (1) m を正整数とするとき, 任意の $c > 0$ に対して $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^m}{e^{ct}} = 0$ となることを証明せよ.
- (2) 任意の $x \in \mathbb{R}$ に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ となることを示せ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = 0$ となるような a の値の範囲を求めよ.
- (4) $n \rightarrow \infty$ とするとき, 関数列 $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ が \mathbb{R} 上で 0 に一様収束するような a の値の範囲を求めよ.