

以下の指示に従って、レポートを提出してください。

- 裏面にある注意をよく読み、解けた問題についてレポートにして提出してください。
- 期限・提出場所は以下の通りとします。

期限：5月16日(木) 15時00分(×切厳守)

提出場所：数学図書室(A209) レポート提出ボックス、
または Moodle 上で PDF ファイルを提出

- 紙媒体で提出する場合は、必ず A4 の用紙を使用し、2 枚以上になる場合は左上をホッチキス等でしっかり綴じてください。
- Moodle で提出する場合は、必ず PDF ファイルで提出してください。ファイル名は
SuurikaisekiAreport_*****.pdf (***** は学生番号)
としてください。
- 学生番号・氏名をお忘れなく。(Moodle で提出される方も必ず記載してください)
- 解けなかった問題についても、「このように考えてここまでわかったがその先がわからない」といったことや、「このように考えたが解くことができなかった」といったことを書いてくれば、内容に応じて評価します。
(「〇つ以上を選択し解答せよ」というのは「〇つ解けなければ不合格である」という意味ではありません)
- ただし、レポートの体をなさないもの、および他人のレポートをほぼ丸写ししたと思われるものは(写したレポート、写されたレポート双方を)不提出扱いとし、大幅な減点とします。
- レポートは添削した後返却します。

◆ 学部生は **A** を解答し、さらに **C** ~ **G** のうち 2 つ以上 を選択し解答せよ。

大学院生は **A**, **B** を解答し、さらに **C** ~ **G** のうち 3 つ以上 を選択し解答せよ。

A (全員必答)

(1) $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ を有界な領域とし、 $\bar{\Omega}$ を Ω の閉包とする。

$\bar{\Omega}$ 上の (複素数値) 連続関数全体の集合 $C(\bar{\Omega})$ は、 $\|f\| = \sup_{x \in \bar{\Omega}} |f(x)|$ ($f \in C(\bar{\Omega})$) をノルムとして Banach 空間である (ここまでは証明不要)。しかし、 $C(\Omega)$ を考えると、 $\|f\| = \sup_{x \in \Omega} |f(x)|$ ($f \in C(\Omega)$) はノルムにすらならない。それはなぜであるか説明せよ。

(少なくとも、ノルムの条件のうちどれが満たされていないのか、 $\bar{\Omega}$ のときと Ω のときとでは何が異なるのかが分かるように説明せよ)

(2) $x = (x_1, \dots, x_N) \in \mathbb{C}^N$ に対して $\|x\|_2 = \sqrt{|x_1|^2 + \dots + |x_N|^2}$ とおくと、 $(\mathbb{C}^N, \|\cdot\|_2)$ はノルム空間となる (ここまでは証明不要)。これが完備であることを証明せよ。(できる限り説明を省略せず丁寧に)

ただし、 \mathbb{C} に通常絶対値でノルムを入れたものが完備であることは、証明なしに用いて良い。

B (大学院生のみ必答) 演習問題 [27] を解答せよ。

C 演習問題 [2], [8], [20], [31], [40], [45] のうち 2 題 を選んで解答せよ。

D 演習問題 [15], [26], [28] のうち 1 題 を選んで解答せよ。

E 演習問題 [21], [24], [33] のうち 1 題 を選んで解答せよ。

F 演習問題 [35], [41], [42] のうち 1 題 を選んで解答せよ。

G 演習問題 [13], [22], [48] のうち 1 題 を選んで解答せよ。

(ただし、[13] を選んだ場合は (1)(ii) と (2)(ii) のみを解答すればよい。)